

TEXTOS PARA DISCUSSÃO

SECRETARIA DE PLANEJAMENTO, GOVERNANÇA E GESTÃO
SUBSECRETARIA DE PLANEJAMENTO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E ESTATÍSTICA

N.º 18
ESTIMANDO INDICADORES SOCIAIS EM PEQUENAS ÁREAS
PARA A OTIMIZAÇÃO DE RECURSOS PÚBLICOS: PROPOSIÇÃO
DE UM MÉTODO BAYESIANO

Patrícia de Sousa Ilambwetsi, Fábio Pereira Lima,
Pedro Tonon Zuanazzi

ESTIMANDO INDICADORES SOCIAIS EM PEQUENAS ÁREAS PARA A OTIMIZAÇÃO
DE RECURSOS PÚBLICOS: PROPOSIÇÃO DE UM MÉTODO BAYESIANO

Patrícia de Sousa Ilambwetsi
Fábio Pereira Lima
Pedro Tonon Zuanazzi

Porto Alegre
Maio de 2026



GOVERNO DO ESTADO
RIO GRANDE DO SUL

GOVERNO DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL

Governador: Eduardo Leite

Vice-Governador: Gabriel Vieira de Souza

SECRETARIA DE PLANEJAMENTO, GOVERNANÇA E GESTÃO

Secretária: Danielle Calazans

Secretário Adjunto: Felipe Moreira Cruzeiro

SUBSECRETARIA DE PLANEJAMENTO

Subsecretária: Carolina Mór Scarparo

Subsecretário Adjunto: Alessandro Castilhos Martins

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E ESTATÍSTICA

Diretor: Tomás Pinheiro Fiori

Diretor Adjunto: Pedro Tonon Zuanazzi

Divisão de Análise de Políticas Sociais: Mariana Lisboa Pessoa

Divisão de Análise Econômica: Martinho Roberto Lazzari

Divisão de Dados e Indicadores: Josué Klafke Sperb

Divisão de Estudos de Atividades Produtivas: Sérgio Leusin Jr.

TEXTOS PARA DISCUSSÃO

Publicação seriada cujo objetivo é divulgar os estudos e as pesquisas em desenvolvimento no Departamento de Economia e Estatística, com vistas a fomentar o debate e oferecer subsídios à formulação e à avaliação de políticas públicas.

Textos para Discussão DEE/SPGG / Secretaria de Planejamento, Governança e Gestão, Departamento de Economia e Estatística. – Porto Alegre :
Secretaria de Planejamento, Governança e Gestão, 2020- .

1. Condições econômicas – Rio Grande do Sul. 2. Economia – Rio Grande do Sul. I. Rio Grande do Sul. Secretaria de Planejamento, Governança e Gestão. Departamento de Economia e Estatística.

CDU 338.1(816.5)

Bibliotecário responsável: João Vítor Ditter Wallauer – CRB 10/2016

As opiniões emitidas nesta publicação são de exclusiva e inteira responsabilidade do(s) autor(es), não exprimindo, necessariamente, o ponto de vista do Departamento de Economia e Estatística.

É permitida a reprodução deste texto e dos dados nele contidos, desde que citada a fonte. Reproduções para fins comerciais são proibidas.

<https://dee.rs.gov.br/textos-discussao>

Revisão de língua portuguesa e editoração: Elen Azambuja

Projeto gráfico: Vinicius Ximendes Lopes

COMO REFERENCIAR ESTE TRABALHO:

ILAMBWETSI, P. de S.; LIMA, F. P.; ZUANAZZI, P. T. **Estimando indicadores sociais em pequenas áreas para a otimização de recursos públicos**: proposição de um método bayesiano. Porto Alegre: Secretaria de Planejamento, Governança e Gestão, Departamento de Economia e Estatística, 2026. (Textos para Discussão, n. 18).

Secretaria de Planejamento, Governança e Gestão/Departamento de Economia e Estatística (SPGG/DEE)
Av. Borges de Medeiros, 1501 - 20.º andar, Porto Alegre, RS — CEP 90119-900

ESTIMANDO INDICADORES SOCIAIS EM PEQUENAS ÁREAS
PARA A OTIMIZAÇÃO DE RECURSOS PÚBLICOS:
PROPOSIÇÃO DE UM MÉTODO BAYESIANO

Patrícia de Sousa Ilambwetsi*

Fábio Pereira Lima**

Pedro Tonon Zuanazzi***

Resumo

A estimação de indicadores sociais em pequenas áreas, especialmente quando se referem a eventos raros, representa um desafio recorrente no planejamento público devido à elevada variabilidade das taxas brutas em municípios de pequeno porte. Nesses casos, a métrica é particularmente sensível a flutuações aleatórias, o que compromete a comparabilidade espacial e a identificação de áreas prioritárias. Este estudo propõe e avalia uma abordagem bayesiana com distribuição beta-binomial baseada na proposta de suavização empírica de Marshall (1991). No entanto, em vez de considerar a variabilidade entre as áreas, optou-se por definir uma estrutura de ponderação entre a taxa municipal e a taxa de uma área maior de agregação, obtendo-se uma média entre elas em que os pesos dependem do tamanho da população em risco nos municípios e da incidência de referência do indicador, tomada em um nível mais amplo. O método proposto foi comparado ao método clássico de Marshall (1991) em cenários com diferentes níveis de raridade do evento e tamanhos populacionais. Os resultados evidenciam que ambos os métodos reduzem significativamente a variabilidade das taxas e mantêm as medidas de tendência central. No entanto, o método proposto apresenta maior capacidade de ajuste aos dados, promove forte suavização em eventos raros (sobretudo em municípios de pequena população), reduz a variabilidade seletiva em cenários intermediários e preserva as taxas originais em contextos de alta estabilidade.

Palavras-chave: indicadores de saúde; métodos bayesianos; planejamento público

Abstract

The estimation of social indicators in small areas, especially when based on rare events, represents a recurring challenge in public planning due to the high variability of crude rates in small municipalities. In such cases, these estimates are particularly sensitive to random fluctuations, which limit spatial comparability and hinder the identification of priority areas. This study proposes and evaluates a Bayesian approach using a beta-binomial distribution based on the empirical smoothing method proposed by Marshall (1991). However, instead of considering variability between areas, a weighting structure is defined between the municipal rate and the rate of a larger aggregate area, resulting in a weighted average in which the weights depend on the

* Pesquisadora do Departamento de Economia e Estatística (DEE) da Secretaria de Planejamento, Governança e Gestão.
E-mail: patricia-ilambwetsi@spgg.rs.gov.br

** Pesquisador do DEE.
E-mail: fabio-lima@spgg.rs.gov.br

*** Diretor-Adjunto e pesquisador do DEE.
E-mail: pedro-zuanazzi@spgg.rs.gov.br

size of the population at risk in the municipalities and on the reference incidence of the indicator measured at a broader level. The proposed method is compared with the classical Marshall (1991) estimator across scenarios with different levels of event rarity and population sizes. The results show that both methods significantly reduce rate variability and preserve measures of central tendency. However, the proposed method provides a better fit to the data, yields stronger smoothing for rare events (especially in small populations), selectively reduces variability in intermediate scenarios and preserves the original rates in contexts of high stability.

Keywords: health indicators; Bayesian methods; public planning

1 Introdução

Um problema recorrente entre pesquisadores acadêmicos e técnicos governamentais atuantes no planejamento público refere-se à estimação de indicadores sociais em pequenas áreas, como municípios, especialmente nos construídos a partir de eventos raros. Por exemplo, a taxa de mortalidade infantil e, em particular, a taxa de mortalidade em menores de cinco anos constituem indicadores estratégicos de gestão, uma vez que refletem condições socioeconômicas, o acesso aos serviços de saúde e a qualidade desses serviços, além de evidenciarem desigualdades territoriais relevantes. Na prática governamental, tais indicadores são amplamente utilizados para a definição de prioridades, o monitoramento de metas, a alocação de recursos e a avaliação de políticas públicas voltadas à prevenção e ao cuidado materno-infantil.

Entretanto, em nível municipal, a estimação direta dessas taxas frequentemente se baseia em números anuais de óbitos caracterizados por contagens reduzidas ou mesmo nulas, o que intensifica a variabilidade aleatória das taxas brutas. Como consequência, pequenas oscilações no numerador podem produzir variações expressivas nas taxas observadas, dificultando comparações espaciais e temporais e conduzindo a interpretações potencialmente distorcidas do risco real. Esse fenômeno pode resultar, por exemplo, na identificação equivocada de áreas críticas em decorrência de flutuações aleatórias, comprometendo o direcionamento eficiente de ações e investimentos públicos.

A relevância deste estudo fundamenta-se justamente nessa fragilidade das estimativas diretas de indicadores sociais em pequenas áreas. No estado do Rio Grande do Sul, a coexistência de grandes centros urbanos com municípios de pequena população gera uma disparidade crítica na confiabilidade dos dados epidemiológicos, especialmente em eventos raros, como a mortalidade em menores de cinco anos. Em localidades com reduzido número de nascimentos, pequenas oscilações no número de óbitos produzem taxas brutas extremas, o que dificulta a interpretação do risco real e a alocação eficiente de recursos. Embora métodos tradicionais, como o de Marshall (1991), busquem atenuar essa volatilidade, eles podem promover uma suavização excessiva das taxas em indicadores mais estáveis, mascarando desigualdades regionais legítimas. Assim, justifica-se a proposta de um método que equilibre a redução do ruído estatístico com a preservação da heterogeneidade territorial.

Neste estudo, é proposta e avaliada uma abordagem bayesiana com distribuição beta-binomial baseada no modelo de suavização empírico de Marshall (1991). Entretanto, em vez de considerar a variabilidade entre as áreas, define-se uma estrutura de ponderação entre a taxa municipal e a taxa de uma área maior de agregação pela qual se obtém uma média em que os pesos dependem do tamanho da população em risco nos municípios e da incidência de referência do indicador, tomada em um nível mais amplo (por exemplo, estadual ou nacional). Com isso, estabiliza-se a estimação de indicadores de mortalidade em municípios de pequeno porte para reduzir a variabilidade associada a eventos raros e pequenos denominadores. Para avaliar a eficácia da proposta, realizou-se uma análise comparativa entre o desempenho do método sugerido e o estimador clássico de Marshall (1991). A metodologia foi aplicada aos 497 municípios do Rio Grande do Sul, considerando dados do triênio 2022–2024 para três indicadores: taxa de mortalidade

em menores de cinco anos (TMM5), taxa de mortalidade prematura por doenças crônicas não transmissíveis (TMP-DCNT) e taxa de mortalidade padronizada por idade (TMPI). Essa estratégia permitiu não só contemplar distintos contextos analíticos, abrangendo eventos raros, situações de raridade intermediária e eventos não raros, mas também avaliar os resultados tanto em municípios pouco populosos quanto naqueles de maior porte.

Além da Introdução, o presente texto está organizado em mais três seções. A segunda seção apresenta a fundamentação teórica e o detalhamento metodológico da adaptação proposta no modelo beta-binomial, juntamente com a descrição da base de dados utilizada. Na terceira seção, discutem-se os resultados obtidos, comparando o desempenho dos métodos em diferentes cenários de raridade e tamanho populacional. Por fim, a quarta seção apresenta as Considerações finais, destacando as implicações do estudo para o planejamento governamental e a alocação de recursos.

2 Metodologia e fundamentação teórica

Nesta seção, propõe-se um método de suavização bayesiana baseado em uma adaptação do estimador de Marshall (1991). Diferentemente da formulação original, a abordagem proposta não se fundamenta na variabilidade entre os municípios que compõem a área de agregação. Em vez disso, define-se uma estrutura de ponderação em que os pesos dependem do tamanho da população em risco nos municípios e da incidência de referência do indicador, tomada em um nível mais amplo (estadual ou nacional). A estimativa resulta, então, de uma média ponderada entre a taxa municipal observada e a taxa da área de agregação. Essa especificação reduz o ruído estatístico associado a pequenos denominadores sem suprimir diferenças reais entre municípios.

A abordagem bayesiana constitui uma solução robusta para a instabilidade de taxas em pequenas áreas. Nessa metodologia, a taxa verdadeira é tratada como um parâmetro desconhecido, assumindo-se que o número de eventos em uma população segue uma distribuição probabilística condicionada a essa taxa subjacente, por exemplo, binomial ou de Poisson. A incerteza inerente ao parâmetro é modelada por meio de uma distribuição *a priori*, que sintetiza conhecimentos prévios, padrões regionais ou estruturas de vizinhança.

Após a observação dos dados, obtém-se a distribuição *a posteriori*, que combina a evidência empírica com a informação prévia para fornecer estimativas suavizadas e estatisticamente mais estáveis. Esse processo reduz o impacto de flutuações aleatórias típicas de pequenas amostras, permitindo que a taxa estimada reflita com maior precisão o cenário real da localidade. No caso de proporções, a distribuição beta surge como uma escolha conveniente, não apenas por estar definida no intervalo (0, 1), mas também por ser conjugada à distribuição binomial (Raiffa; Schlaiffer, 2000). Essa conjugação garante que a distribuição *a posteriori* também pertença à família beta, facilitando a interpretação e o cálculo da estimativa suavizada.

Considere x_i o número de sucessos no i -ésimo município com população em risco n_i . A distribuição de x_i , dado o parâmetro de probabilidade θ_i , a verdadeira taxa, é binomial com $x_i|\theta_i \sim \text{binomial}(n_i, \theta_i)$. Assumindo uma distribuição *a priori* beta para θ_i , $\theta_i \sim \text{beta}(\alpha_{(i)}, \beta_{(i)})$, tem-se que a distribuição *a posteriori* também é beta, $\theta_i|x_i \sim \text{Beta}(\alpha_{(i)} + x_i, \beta_{(i)} + n_i - x_i)$. Na distribuição *a posteriori*, ocorre uma ponderação entre o conhecimento *a priori* e os dados empíricos. Para evidenciar esse efeito, basta examinar a média *a posteriori* (Griffin; Krutchkoff, 1971):

$$E(\theta_i|x_i) = \frac{\alpha_{(i)} + x_i}{\alpha_{(i)} + \beta_{(i)} + n_i}.$$

Definindo-se $K_i = \alpha_{(i)} + \beta_{(i)}$, tem-se que:

$$E(\theta_i|x_i) = \frac{\alpha_{(i)} + x_i}{n_i + K_i} = \left(\frac{n_i}{n_i + K_i}\right) \frac{x_i}{n_i} + \left(\frac{K_i}{n_i + K_i}\right) \frac{\alpha_{(i)}}{K_i}.$$

Sendo assim, a estimativa suavizada da taxa municipal pode ser obtida a partir da média da distribuição *a posteriori* como:

$$\hat{\theta}_i = c_i r_i + (1 - c_i) m_{(i)},$$

em que $c_i = n_i / (n_i + K_i)$ funciona como peso da média ponderada entre a taxa do i -ésimo município (r_i) e a sua respectiva região de agregação ($m_{(i)}$), e K_i é a soma dos parâmetros beta do modelo beta-binomial.

O fator determinante para estabelecer qual taxa dominará a estimativa suavizada é o valor de K_i presente em c_i . Note que, se um município tiver uma população em risco igual a K_i , o peso é exatamente $c_i = 0.5$, o que confere igual importância a ambas as taxas. Assim, para municípios cuja população em risco excede K_i , a taxa local dominará a estimativa, enquanto, em municípios com população em risco inferior a K_i , a estimativa será mais influenciada pela taxa regional.

Para facilitar a interpretação prática, pode-se pensar nesses parâmetros em termos puramente populacionais. O valor de K_i atua como uma população de referência. Ele indica o tamanho que a população em risco de um município precisa ter para que seus próprios dados locais sejam considerados mais confiáveis (tenham maior peso) do que a média da sua região de agregação. Seguindo essa lógica, os parâmetros $\alpha_{(i)}$ e $\beta_{(i)}$ representam, respectivamente, os números esperados de ocorrências e de não ocorrências do evento dentro dessa população de referência. Consequentemente, a proporção $\alpha_{(i)} / K_i$ resulta na própria taxa média da região. A determinação de K_i é, portanto, uma etapa crítica do modelo, já que está diretamente ligada à definição de c_i .

Nesse sentido, o método proposto neste estudo define K_i de modo que, se um município registrar ao menos um evento, o valor de K_i equivalerá a uma fração da população em risco total na área mais ampla de análise, como um país ou um estado. Essa proporção é determinada por um fator de escala populacional denotado por λ , que atua como um parâmetro de calibração do modelo, com sua escolha sendo ancorada na realidade demográfica da região em estudo, atuando como um limiar de confiabilidade da informação local. Sejam x e n , respectivamente, o número de ocorrências e a população em risco total na área mais ampla de referência. A taxa de sucesso no estado pode ser obtida por $r = x/n$, e o valor esperado de ocorrências no i -ésimo município, supondo que ele segue a mesma taxa do estado, pode ser calculado como $E(x_i | \theta_i = r) = r \cdot n_i$. Dessa forma, propõe-se:

$$K_i = \frac{n}{\lambda \cdot n_i \cdot \min(r, 1 - r)}.$$

Esse cálculo incorpora a volatilidade da proporção, que é máxima em 0.5 e diminui nos extremos. Ao adotar para taxas superiores a 0.5 o valor $(1 - r)$, o modelo assegura que a força da distribuição *a priori* seja reforçada tanto para eventos raros quanto para eventos frequentes. Isso garante a estabilização das estimativas em municípios pequenos, aproximando a taxa local da média regional sempre que a evidência empírica for estatisticamente volátil. Note que, definidos a média $m_{(i)}$ e o parâmetro K_i , tem-se completamente definida a distribuição *a priori* do método proposto, uma vez que, segundo a reparametrização da distribuição beta definida por Ferrari e Cribari-Neto (2004), $\alpha_{(i)} = K_i m_{(i)}$ e $\beta_{(i)} = K_i (1 - m_{(i)})$.

Essa formulação alinha-se à proposta de suavização empírica bayesiana para taxas em pequenas áreas apresentada por Marshall (1991), que interpreta a estimativa suavizada como uma média ponderada entre a observação local e uma taxa de referência (regional ou global).

Na formulação clássica, a determinação do peso c_i atribuído ao dado local baseia-se na razão entre variâncias. Especificamente, o modelo contrapõe a variância global da região ao erro aleatório local, o qual é inversamente proporcional ao tamanho da população exposta ao risco. Consequentemente, em cenários de alta heterogeneidade regional, a metodologia confere maior peso aos dados empíricos do município; em

contrapartida, diante de dados regionais mais homogêneos, o estimador encolhe a estimativa local em direção à média da região.

É precisamente nessa dinâmica que reside uma limitação do estimador de Marshall ao lidar com eventos estatisticamente estáveis. Quando se analisam indicadores com alto volume natural de ocorrências, as taxas brutas apresentam naturalmente uma baixa variabilidade intermunicipal, o que aproxima a estimativa da variância global da região de zero. Conforme alertado pelo próprio autor, à medida que essa variância observada diminui, a força de encolhimento aumenta drasticamente. Como consequência, a mecânica do modelo reduz de forma excessiva o peso conferido ao dado empírico local, impondo uma atração generalizada para a média do estado. Esse achatamento artificial distorce as estimativas até mesmo em municípios de grande porte, cujos dados originais já possuíam alta confiabilidade, pois o algoritmo passa a interpretar a semelhança natural do indicador como mera ausência de diferenças regionais válidas, mascarando, assim, reais desigualdades.

As unidades de análise abrangem os 497 municípios do estado do Rio Grande do Sul. Para o estudo, foram utilizados três indicadores: a TMM5; a TMP-DCNT e a TMPI. O cálculo da TMM5 baseia-se na razão entre o número de mortes de menores de cinco anos e o total de nascidos vivos de mães residentes no município, multiplicando-se o resultado por mil. A TMP-DCNT é calculada pela razão entre o número de mortes por doenças cardiovasculares, câncer, diabetes mellitus e doenças respiratórias crônicas na população de 30 a 69 anos e a respectiva população municipal nessa mesma faixa etária, com o resultado multiplicado por mil habitantes. Por fim, a TMPI corresponde ao somatório das taxas específicas de mortalidade, ponderadas pela proporção de cada faixa etária na população mundial de referência segundo o Global Burden of Disease (GBD) (Institute for Health Metrics and Evaluation, 2025), com o resultado expresso em mil habitantes.

Os dados, que abrangem o período de 2022 a 2024, foram obtidos do Departamento de Informática do Sistema Único de Saúde (DataSUS) (Brasil, 2025a, 2025b), e as estimativas populacionais, a partir das projeções populacionais da Rede Interagencial de Informações para a Saúde (Ripsa) no *site* DataRS (Rio Grande do Sul, 2025). A regionalização escolhida para a suavização da taxa bruta municipal pelo método bayesiano proposto foi a Coordenadoria Regional de Saúde correspondente a cada município.

Inicialmente, visando reduzir a volatilidade das estimativas, especialmente em municípios de pequeno porte com eventos raros, nos quais o número de ocorrências pode ser reduzido ou nulo, aplicou-se a abordagem de suavização bayesiana pelo método proposto. Para tanto, os dados anuais foram primeiramente agregados em períodos trienais móveis e, posteriormente, aplicou-se o modelo bayesiano empírico conjugado beta-binomial, incorporando o cálculo do parâmetro K_i com o fator de escala populacional $\lambda = 100$. Assim, em municípios cuja população em risco corresponde a pelo menos um centésimo da população do estado, a evidência local passa a sobrepor a distribuição *a priori* regional, garantindo que o município tenha maior peso do que a sua região de agregação.

Posteriormente, para fins comparativos, tanto o método proposto quanto o método de Marshall (1991) foram avaliados em diferentes cenários, considerando os três indicadores anteriormente mencionados. Essa abordagem possibilitou a análise de diferentes contextos, incluindo eventos raros em populações de pequeno porte, como no caso da TMM5, até situações de raridade intermediária, observadas na TMP-DCNT, bem como eventos mais frequentes em populações de maior porte, conforme representado pela TMPI.

3 Resultados e discussões

A análise das estimativas de mortalidade no estado evidencia padrões distintos de variabilidade entre as taxas brutas e os métodos de suavização, refletindo a influência da heterogeneidade populacional dos municípios sobre a estabilidade dos indicadores. No período trienal até 2024, observa-se uma ampla variação

no número de nascidos vivos e no de óbitos, caracterizando um cenário típico de análise em pequenas áreas, no qual flutuações aleatórias podem comprometer a precisão das estimativas diretas.

A Tabela 1 apresenta as estatísticas descritivas das taxas brutas da TMM5, da TMP-DCNT e da TMPI e de suas respectivas estimativas bayesianas empíricas, computadas pelo método proposto (EB – Proposto) e pelo método clássico de Marshall (EB – Marshall).

Tabela 1

Estatísticas descritivas das estimativas brutas e das estimativas suavizadas por métodos bayesianos empíricos para indicadores de mortalidade nos municípios do Rio Grande do Sul — 2022–24

DISCRIMINAÇÃO	MÍNIMO	MÁXIMO	MEDIANA	MÉDIA	DESVIO-PADRÃO
Taxa de mortalidade em menores de cinco anos (TMM5)					
Taxa bruta	0,00	74,10	11,50	12,90	11,67
Método de Marshall	5,82	22,24	11,75	12,07	1,92
Método proposto	6,20	20,58	11,81	12,01	1,85
Taxa de mortalidade prematura por doenças crônicas não transmissíveis (TMP-DCNT)					
Taxa bruta	1,02	6,57	3,45	3,50	0,91
Método de Marshall	2,15	5,38	3,48	3,52	0,57
Método proposto	1,96	5,72	3,43	3,51	0,64
Taxa de mortalidade padronizada por idade (TMPI)					
Taxa bruta	2,95	8,56	6,08	6,04	0,98
Método de Marshall	4,58	7,92	6,20	6,24	0,56
Método proposto	3,53	8,44	6,09	6,06	0,92

Fonte dos dados brutos: Brasil (2025a, 2025b).

Rio Grande do Sul (2025).

No caso da TMM5, a taxa bruta apresentou elevada dispersão, com valores variando entre 0,00 e 74,10 óbitos por mil nascidos vivos e desvio-padrão de 11,67, evidenciando forte instabilidade nas estimativas municipais. Esse comportamento é esperado em municípios com pequeno número de nascidos vivos, nos quais a ocorrência de poucos óbitos pode gerar taxas artificialmente elevadas, enquanto a ausência de eventos pode resultar em valores nulos, sem necessariamente refletir o risco real.

Em contraste, as estimativas suavizadas apresentaram redução expressiva da variabilidade, com intervalos mais estreitos e desvios-padrão substancialmente menores. O método EB - Proposto apresentou desvio-padrão de 1,85, enquanto o método EB - Marshall apresentou valor igual a 1,92, indicando forte compressão da dispersão em ambos os casos. As médias e as medianas permaneceram próximas entre si e da taxa bruta, sugerindo que os métodos atuam principalmente na redução de flutuações aleatórias, sem alterar o padrão central da distribuição. Comparativamente, o método EB - Proposto apresentou ligeiramente maior estabilidade.

Para a TMP-DCNT, observa-se que a taxa bruta já apresenta menor variabilidade em relação à TMM5; ainda assim, a suavização promoveu redução adicional da dispersão. O desvio-padrão da taxa bruta diminuiu de 0,91 para 0,64 no método EB - Proposto e para 0,57 no EB - Marshall, acompanhado de contração nos valores extremos. As medidas de tendência central permaneceram praticamente inalteradas, indicando consistência entre os métodos. Nesse caso, o método de Marshall apresentou desempenho ligeiramente superior na redução da variabilidade.

No que se refere à TMPI, a taxa bruta apresentou dispersão moderada (desvio-padrão de 0,98), com valores entre 2,95 e 8,56. A aplicação dos métodos de suavização resultou em redução da variabilidade, especialmente no método EB - Marshall, que apresentou o menor desvio-padrão (0,56). Observa-se também elevação dos valores mínimos nas estimativas suavizadas, sugerindo correção de possíveis subestimações associadas à ausência de eventos em municípios menores. Adicionalmente, nota-se um discreto aumento da média no método de Marshall, indicando uma maior influência da estrutura global na redistribuição dos valores.

De modo geral, os resultados evidenciam a eficácia dos métodos bayesianos empíricos na estabilização de taxas em contextos de pequenas áreas e eventos raros. Ambos os métodos preservam as medidas de tendência central, ao mesmo tempo que reduzem significativamente a variabilidade, melhorando a confiabilidade das estimativas. O método EB - Proposto mostrou-se ligeiramente mais estável para indicadores mais raros, enquanto o método de Marshall apresentou maior capacidade de compressão da dispersão em indicadores com variabilidade moderada.

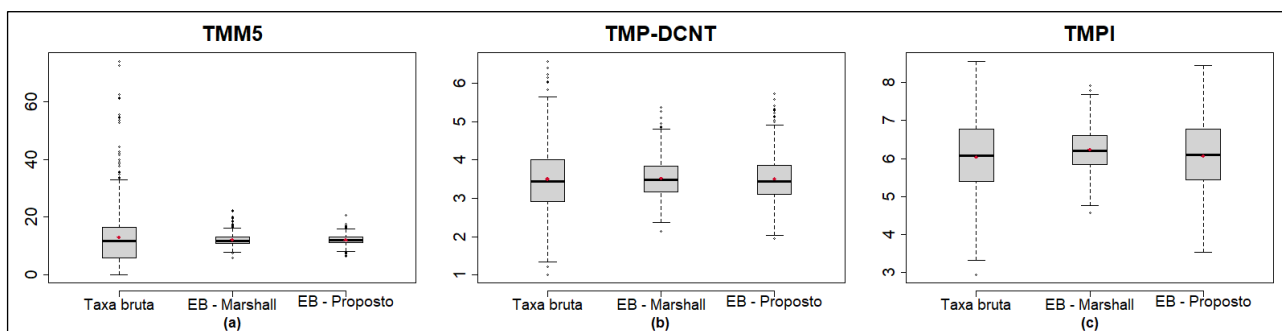
Do ponto de vista aplicado, a utilização de técnicas de suavização contribui para a melhoria da comparabilidade espacial entre municípios e para uma interpretação mais robusta de análises geográficas, reduzindo a probabilidade de identificação de padrões espúrios associados à instabilidade amostral.

Nesse contexto, a análise gráfica das distribuições complementa os achados descritivos, permitindo avaliar de forma mais detalhada o comportamento das estimativas e o desempenho dos métodos de suavização em relação à taxa bruta. A comparação entre as distribuições evidencia não apenas a redução da variabilidade, mas também diferenças importantes na forma como cada método responde às características dos indicadores analisados.

A Figura 1 apresenta os *boxplots* das taxas brutas e das estimativas obtidas pelos métodos bayesianos empíricos (EB - Proposto e EB - Marshall) para os três indicadores analisados, contemplando distintos cenários de raridade dos eventos e de tamanho populacional. De modo geral, observa-se que ambos os métodos promovem redução da dispersão em relação à taxa bruta, expressa pela diminuição da amplitude interquartílica e pela atenuação de valores extremos, confirmando os resultados previamente observados na Tabela 1.

Figura 1

Taxa bruta de mortalidade (menores de cinco anos (TMM5), prematura por doenças crônicas não transmissíveis (TMP-DCNT) e padronizada por idade (TMPi)) e respectivas estimativas pelo método proposto (EB - Proposto) e pelo método de Marshall (EB - Marshall) em todos os municípios e nos municípios com mais de 50 mil habitantes, no Rio Grande do Sul — 2022-24



Fonte dos dados brutos: Brasil (2025a, 2025b).
Rio Grande do Sul (2025).

A análise visual da Figura 1 evidencia a correção da superdispersão inerente à taxa bruta. No cenário de eventos raros em populações de pequeno porte (TMM5), a taxa bruta apresenta elevada variabilidade, com ampla dispersão interquartílica e presença de valores extremos que chegam a quase 80 óbitos por mil nascidos vivos. Nesse contexto, os métodos suavizados mostram desempenho superior, produzindo estimativas mais estáveis. Ao comparar as duas abordagens de suavização, observa-se que o método proposto apresenta resultados globais muito parecidos com os do método de Marshall. A sua vantagem aparece no tratamento dos extremos, em que consegue conter os valores atípicos de forma mais rigorosa. Ao basear-se na força do modelo para dados demográficos do estado inteiro, e não apenas para os da região, o método aplica uma regra de ponderação mais equilibrada, impedindo que municípios pertencentes a regiões menores fiquem vulneráveis a oscilações, entregando um indicador mais seguro para orientar as políticas públicas.

Para o indicador de raridade intermediária (TMP-DCNT), diferentemente do relativo à mortalidade infantil, que é um evento demográfico mais raro, os óbitos por DCNT possuem um volume maior, o que torna a taxa empírica bruta naturalmente um pouco menos volátil. Ainda assim, a métrica original apresenta dispersão e valores extremos que demandam estabilização. A aplicação de ambos os métodos bayesianos (Marshall e Proposto) atinge esse objetivo, reduzindo a variação entre os municípios. No entanto, ao comparar as duas abordagens de suavização nesse cenário, a capacidade de adaptação do método proposto se destaca. No indicador TMM5, o método proposto atuou de forma mais rigorosa para conter extremos atípicos gerados por pequenos números. Agora, diante de um evento mais frequente e estatisticamente mais estável, o método proposto aplica uma suavização mais calibrada, permitindo uma variação levemente maior nos extremos em comparação com o achatamento mais severo provocado pelo método de Marshall. Em indicadores de alta frequência, como os de TMP-DCNT, as diferenças entre as taxas costumam refletir realidades demográficas genuínas, como municípios com populações mais envelhecidas, e não apenas ruído estatístico. Ao calibrar a força da suavização com base na probabilidade global do evento no estado, o modelo proposto reconhece que os dados empíricos locais possuem maior confiabilidade nesse contexto. Dessa forma, ele corrige as instabilidades, mas evita o "superachatamento" das taxas, garantindo que o estado consiga identificar os verdadeiros focos de doenças crônicas para a correta destinação de recursos.

No caso de eventos não raros em populações de maior porte (TMPI), os dados englobam o total de óbitos da população, o que resulta em um indicador naturalmente mais robusto, com menor variância empírica e sem a presença de extremos atípicos na métrica bruta. Nesse cenário de alta estabilidade demográfica, o comportamento dos modelos bayesianos diverge de forma reveladora. A atuação do método de Marshall diante da TMPI decorre da sua própria formulação. Como a padronização etária e o maior volume de óbitos geram estimativas locais mais estáveis, as taxas dos municípios tornam-se naturalmente parecidas entre si. Ao identificar essa baixa variância regional, a mecânica do método clássico assume que as diferenças locais são majoritariamente compostas por erro aleatório, forçando uma convergência generalizada para a média. Isso gera uma força de "encolhimento" desproporcional, que resulta na supersuavização e no achatamento artificial da distribuição evidenciada na Figura 1.

Em contraste, o método proposto atua de forma muito mais conservadora, preservando quase integralmente a distribuição original da taxa bruta. Como o cálculo do parâmetro K_i incorpora a variância global do evento no estado, o modelo "reconhece" automaticamente quando os dados empíricos de um município já possuem alta confiabilidade. Nessas situações, ele reduz a força de atração da distribuição *a priori* regional e confia na taxa observada. Ao evitar o achatamento indiscriminado e excessivo imposto pelo método de Marshall, o método proposto assegura aos gestores governamentais que as diferenças intermunicipais observadas refletem desigualdades demográficas e epidemiológicas reais, mantendo a sensibilidade necessária para um planejamento assertivo de políticas públicas.

A Figura 2 apresenta o comportamento das estimativas bayesianas empíricas do método proposto e do método de Marshall em comparação com a taxa bruta nos municípios do Rio Grande do Sul para os três cenários analisados. É possível observar o comportamento das estimativas individualizadas para cada município do estado nos três indicadores analisados. Os municípios foram ordenados no eixo horizontal segundo a magnitude de sua taxa empírica (representada pelos pontos cinza), o que permite visualizar a intensidade do ajuste provocado pelos métodos de Marshall (linha azul) e pelo método proposto (linha vermelha).

No TMM5, a Figura 2 (a) evidencia a atuação drástica e necessária da suavização bayesiana em eventos raros. A curva cinza revela muitos municípios com taxas brutas iguais a zero (extremo esquerdo) e picos atípicos (extremo direito). Ambos os métodos corrigem essas distorções, "puxando" as estimativas para um corredor horizontal de risco muito mais estável.

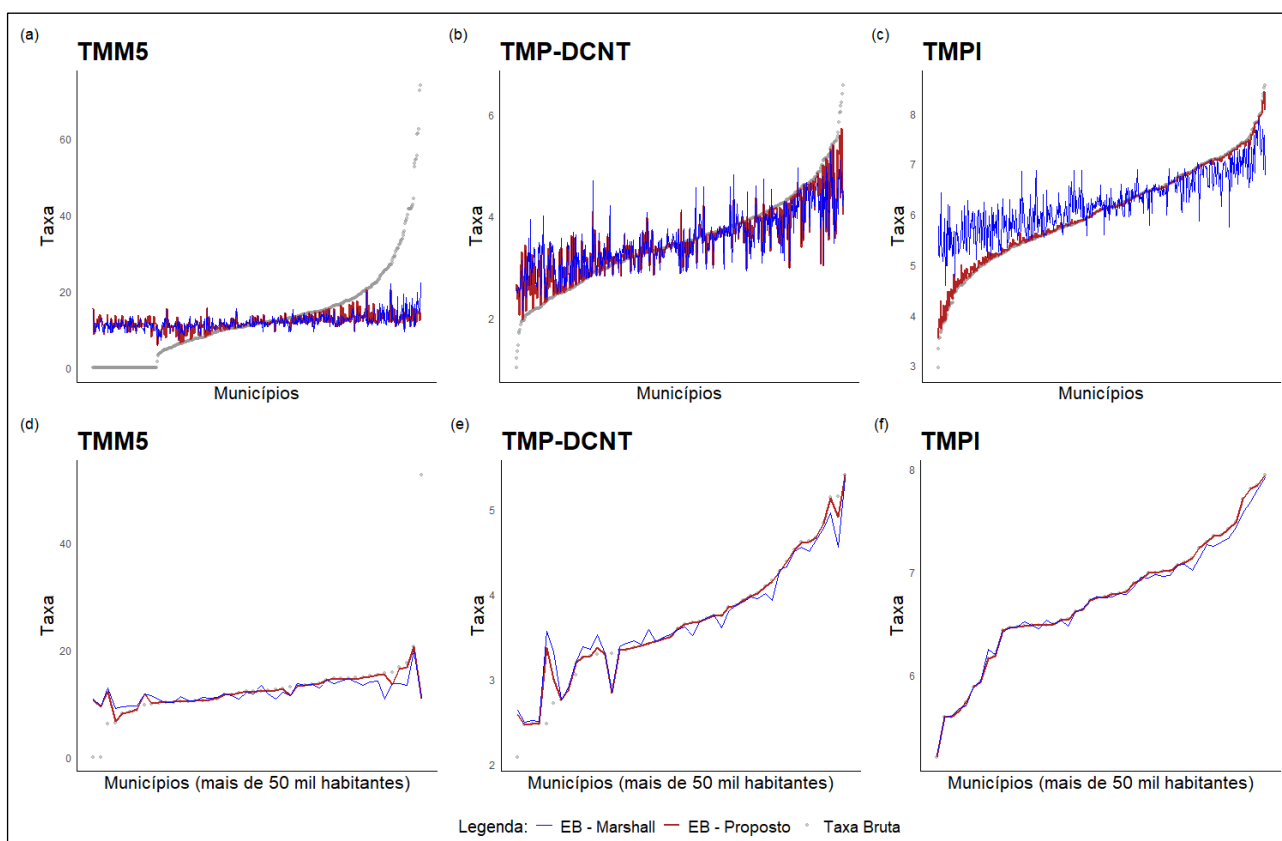
Para o indicador TMP-DCNT (Figura 2 (b)), que retrata um evento de maior volume e menor volatilidade extrema, observa-se que as linhas de suavização acompanham o formato ascendente da curva

empírica de forma mais aderente. Os métodos filtram o ruído local, mas respeitam a tendência de crescimento das taxas brutas.

Por fim, o TMPI (Figura 2 (c)) mostra que, diante de um indicador já padronizado e demograficamente robusto, a linha do método proposto sobrepõe-se de maneira quase perfeita aos pontos empíricos cinza, confirmando que o modelo praticamente não utiliza a distribuição *a priori* bayesiana quando os dados possuem uma amostragem confiável. Em total contraste, a linha do método de Marshall apresenta uma oscilação vertical intensa e errática. Essa oscilação comprova que o método clássico ignora a estabilidade inerente à TMPI e desloca os municípios de suas posições originais, forçando-os em direção às médias regionais. Esse comportamento ilustra perfeitamente o problema da supersuavização.

Figura 2

Taxa bruta de mortalidade (menores de cinco anos (TMM5), prematura por doenças crônicas não transmissíveis (TMP-DCNT) e padronizada por idade (TMPI)) e respectivas estimativas pelo método proposto (EB - Proposto) e pelo método de Marshall (EB - Marshall) em todos os municípios e nos municípios com mais de 50 mil habitantes, no Rio Grande do Sul — 2022-24



Fonte dos dados brutos: Brasil (2025a, 2025b).
Rio Grande do Sul (2025).

Por sua vez, ao restringir a análise aos municípios com mais de 50 mil habitantes (Figura 2 (d), (e), (f)), observa-se que o próprio volume de ocorrências garante a estabilidade estatística da taxa bruta, reduzindo a necessidade de suavização. Nesse contexto, o método proposto apresenta aderência superior às taxas observadas, evidenciando que a modelagem reconhece a confiabilidade do dado empírico local e reduz a ponderação da média regional.

Em contrapartida, o estimador de Marshall preserva um padrão de encolhimento que pode sobrecorrigir as estimativas. Tal comportamento é evidenciado por pequenos desvios da linha azul em relação aos dados empíricos, resultando na distorção dos indicadores referentes aos grandes centros urbanos. Sob a ótica do planejamento regional, a vantagem da nova abordagem reside em corrigir as flutuações estritamente

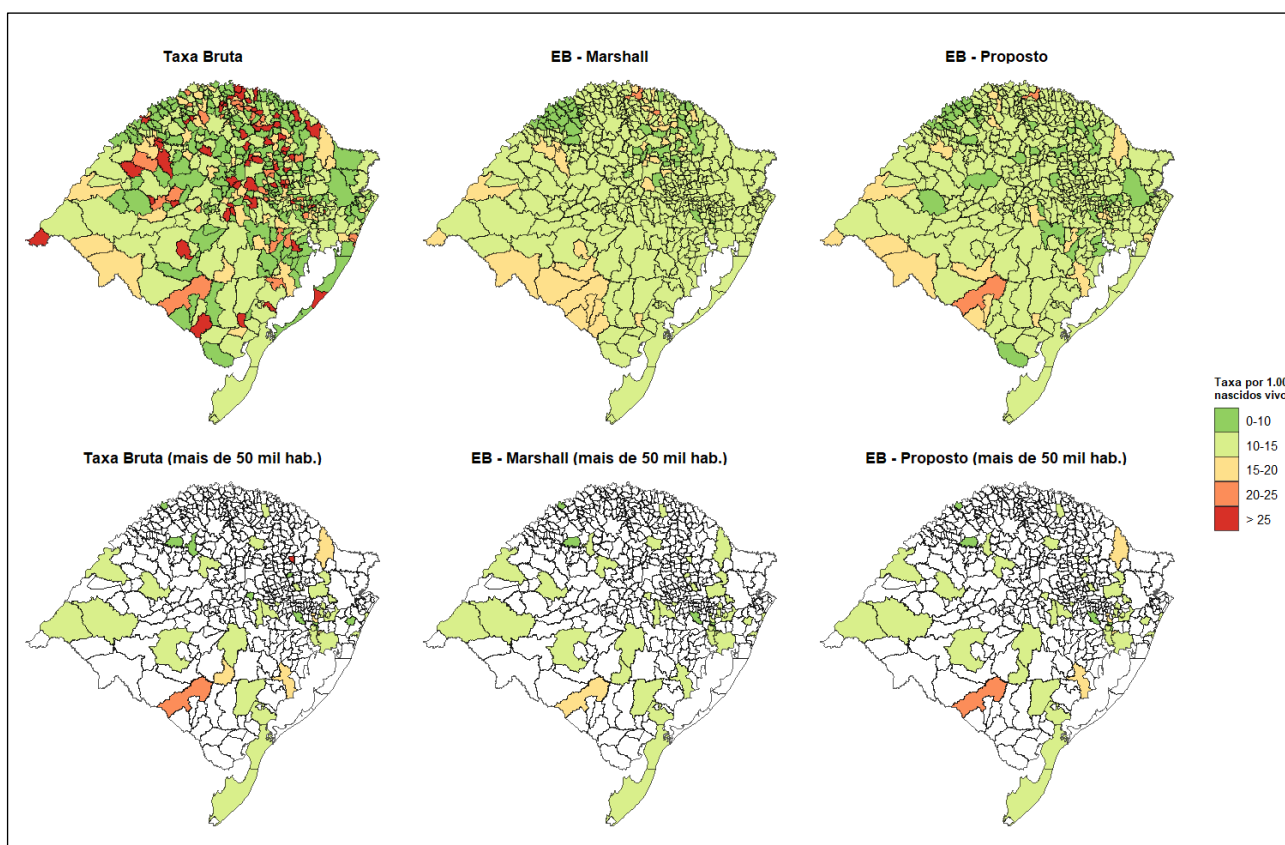
onde há instabilidade estatística real, preservando a integridade da informação original nos principais polos populacionais do estado.

Nesse sentido, a incorporação da dimensão espacial torna-se essencial para a interpretação epidemiológica dos resultados. A transição dos resultados apresentados na Figura 2 para a representação espacial nas Figuras 3, 4 e 5 permite compreender como os padrões estatísticos observados em nível municipal se traduzem no território do Rio Grande do Sul. Enquanto a Figura 2 evidencia o comportamento dos estimadores em relação à magnitude das taxas, as Figuras 3, 4 e 5 revelam a estrutura espacial subjacente ao risco.

A Figura 3 apresenta a distribuição espacial da taxa de mortalidade para menores de cinco anos no estado do Rio Grande do Sul, caracterizada por um cenário de eventos raros, e permite avaliar como os padrões observados anteriormente se materializam na organização geográfica do risco.

Figura 3

Taxa bruta de mortalidade em menores de cinco anos (TMM5) e estimativas pelo método proposto (EB - Proposto) e pelo método de Marshall (EB - Marshall) em todos os municípios e nos municípios com mais de 50 mil habitantes, no Rio Grande do Sul — 2022-24



Fonte dos dados brutos: Brasil (2025a, 2025b).

A elevada variabilidade da taxa bruta da TMM5, destacada na Figura 2 (a) pela presença simultânea de valores nulos e de valores extremos, manifesta-se na Figura 3 como um padrão espacial altamente fragmentado e pouco consistente. Municípios adjacentes apresentam classificações discrepantes, refletindo predominantemente flutuações aleatórias decorrentes de pequenos números. Esse resultado confirma que, em cenários de eventos raros, a taxa bruta compromete a interpretação territorial do fenômeno.

A suavização promovida pelos métodos bayesianos, observada na Figura 2 (a) como a contração das estimativas em direção a um intervalo mais estável, resulta, na Figura 3, em superfícies espaciais mais contínuas e interpretáveis. O estimador de Marshall, ao aplicar um encolhimento mais intenso, produz mapas com maior

homogeneidade, reduzindo substancialmente a variabilidade espacial. Esse comportamento é consistente com a oscilação observada nas Figuras 2 (a) e 3, evidenciando uma tendência à supersuavização e à perda de contrastes locais.

Em contrapartida, o método proposto reproduz espacialmente o padrão de equilíbrio identificado na Figura 2 (a). Ao mesmo tempo que elimina valores extremos, mantém gradientes regionais relevantes, permitindo a identificação de áreas com diferentes níveis de risco. Essa característica indica que o modelo tende a distinguir de forma mais eficiente a variabilidade aleatória da variabilidade estrutural, resultando em representações espaciais mais informativas para a investigação epidemiológica.

A análise restrita aos municípios com mais de 50 mil habitantes (Figura 3) revela uma maior estabilidade nas taxas, o que reduz a necessidade de suavização. Na comparação direta, observa-se que o método proposto apresenta maior aderência aos dados observados do que o método de Marshall, o que preserva melhor as tendências indicadas pela taxa bruta.

A análise desse comportamento em um contexto de maior volume de eventos é apresentada nas Figuras 2 (b) e 4, que ilustra a distribuição espacial da taxa de mortalidade prematura por doenças crônicas não transmissíveis no estado do Rio Grande do Sul, caracterizada por um cenário de eventos de raridade intermediária.

Diferentemente do observado para a TMM5 (Figura 3), pela Figura 4, observa-se que a taxa bruta apresenta maior estabilidade espacial, com menor presença de valores extremos e maior continuidade entre municípios, refletindo um maior volume de eventos.

Ainda assim, nota-se que a taxa bruta mantém um nível relevante de variabilidade local, evidenciado pela alternância de categorias de risco entre municípios adjacentes, o que pode indicar a presença de ruído estatístico residual. Nesse contexto, os métodos de suavização bayesiana continuam desempenhando papel importante, ainda que menos intenso do que no cenário de eventos raros (Figura 3).

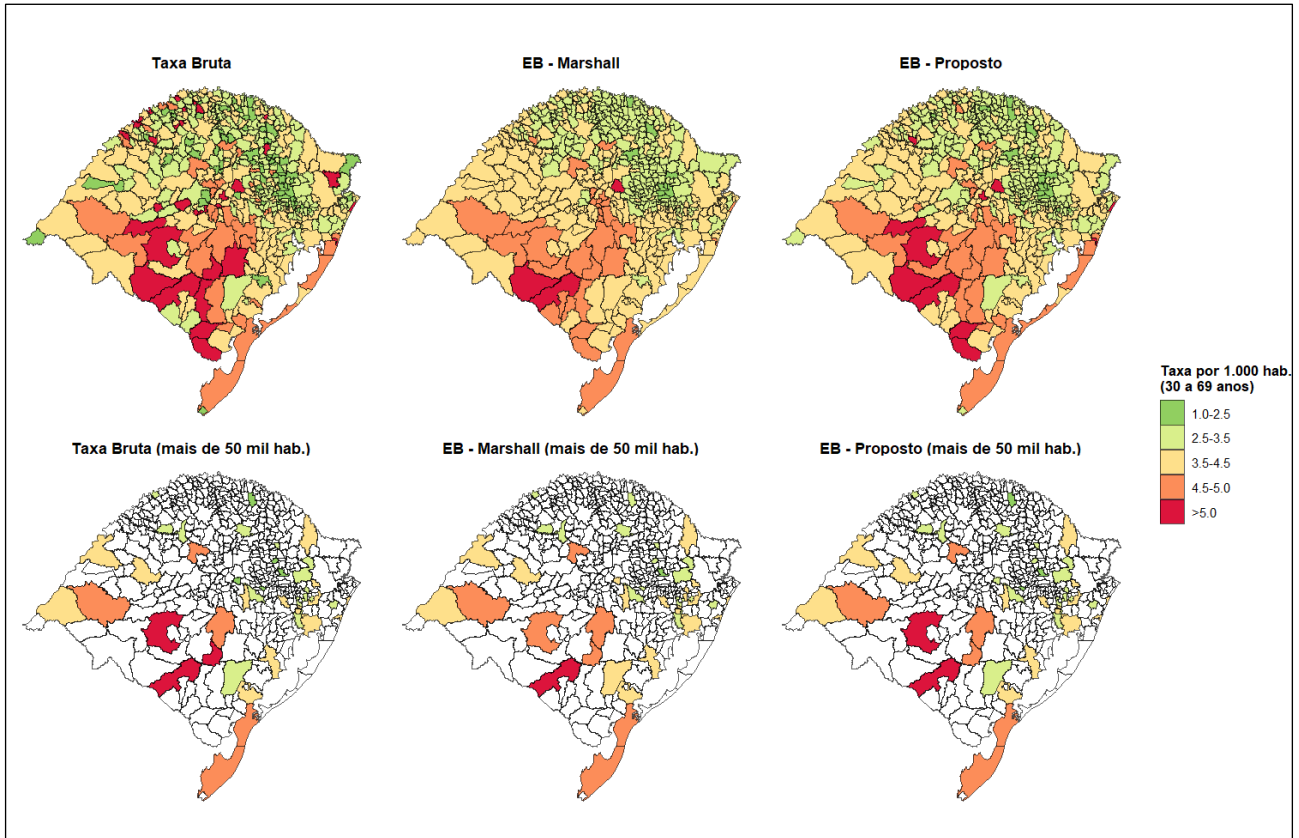
O estimador de Marshall promove uma homogeneização mais acentuada das taxas, resultando em superfícies espaciais mais contínuas, porém com redução perceptível dos contrastes regionais. Esse comportamento é consistente com a tendência de encolhimento global do método, que, embora eficaz na redução da variabilidade, pode atenuar padrões espaciais relevantes, especialmente em áreas de risco moderado a elevado.

Por sua vez, o método proposto demonstra maior capacidade de adaptação ao nível intermediário de variabilidade do indicador. Observa-se que a suavização ocorre de forma seletiva, com preservação de gradientes espaciais importantes, particularmente nas regiões com maior concentração de risco. Esse padrão sugere que o modelo consegue equilibrar adequadamente a redução do ruído estatístico e manter a heterogeneidade espacial, aspectos fundamentais para a identificação de áreas prioritárias para intervenção em saúde pública.

Na análise restrita aos municípios com mais de 50 mil habitantes, a maior estabilidade das taxas reduz ainda mais a necessidade de suavização. Nesse cenário, os três mapas tornam-se mais semelhantes, evidenciando que o ganho proporcionado pelos métodos bayesianos é menos pronunciado. No entanto, observa-se que o método proposto mantém maior aderência aos valores empíricos, enquanto o estimador de Marshall continua impondo um nível de encolhimento que pode ser considerado excessivo, resultando em uma leve descaracterização do padrão espacial nos municípios de maior porte.

Figura 4

Taxa bruta de mortalidade prematura por doenças crônicas não transmissíveis e estimativas pelo método proposto (EB - Proposto) e pelo método de Marshall (EB - Marshall) em todos os municípios e nos municípios com mais de 50 mil habitantes, no Rio Grande do Sul — 2022-24



Fonte dos dados brutos: Brasil (2025a).
Rio Grande do Sul (2025).

Assim, os resultados indicam que, em cenários de raridade intermediária, a suavização bayesiana permanece relevante, mas deve ser aplicada de forma parcimoniosa. O método proposto se destaca por ajustar dinamicamente a intensidade da suavização, preservando a estrutura espacial do fenômeno sem comprometer a estabilidade das estimativas.

Por outro lado, em contextos caracterizados por elevada frequência de eventos e maior tamanho populacional, a variância empírica tende a ser intrinsecamente menor, reduzindo a necessidade de ajustes por suavização. As Figuras 2 (c) e 5 ilustram esse cenário ao apresentar a distribuição espacial da taxa de mortalidade padronizada por idade no estado do Rio Grande do Sul. Nessa situação, a taxa bruta já se mostra estatisticamente estável e espacialmente coerente, com padrões bem definidos e menor influência de flutuações aleatórias, mesmo em municípios de menor porte.

Pela Figura 5, nota-se que a aplicação de métodos de suavização bayesiana, no cenário de eventos não raros, revela diferenças importantes no comportamento dos estimadores. O método de Marshall, ao aplicar um encolhimento sistemático das taxas em direção às médias regionais, promove alterações visíveis no padrão espacial, mesmo na ausência de instabilidade significativa. Esse comportamento resulta na atenuação de contrastes legítimos entre municípios, configurando um caso típico de supersuavização.

Em contraste, o método proposto demonstra elevada sensibilidade à qualidade da informação empírica. Observa-se que as estimativas suavizadas praticamente reproduzem o padrão da taxa bruta, indicando que o modelo reconhece a estabilidade dos dados e reduz a intensidade do encolhimento. Essa

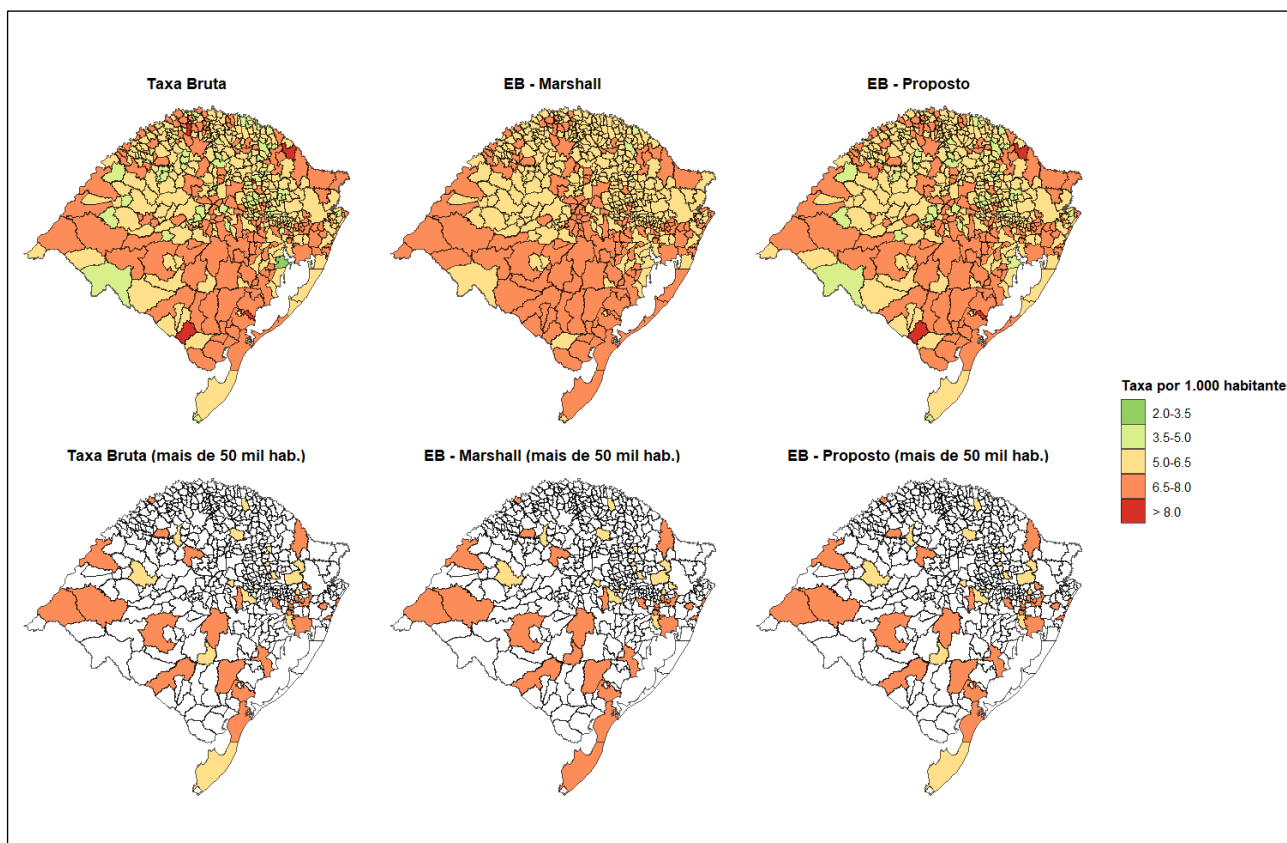
característica evidencia um comportamento adaptativo, no qual a suavização é minimizada quando não há necessidade estatística de correção.

A análise dos municípios com mais de 50 mil habitantes reforça esse achado. Nesse subconjunto, em que a confiabilidade das taxas é ainda maior, o método proposto apresenta sobreposição quase completa com a taxa bruta, preservando integralmente o padrão espacial observado. Por outro lado, o estimador de Marshall continua promovendo deslocamentos das estimativas, ainda que mais sutis, indicando a aplicação de um mecanismo de suavização pouco sensível ao contexto de estabilidade dos dados.

Dessa forma, os resultados da Figura 5 evidenciam que, em cenários de eventos não raros, a aplicação indiscriminada de métodos de suavização pode introduzir distorções na interpretação espacial. O método proposto se mostra superior ao preservar a integridade da informação original, aplicando ajustes apenas quando necessário.

Figura 5

Taxa bruta de mortalidade padronizada por idade e estimativas pelo método proposto (EB - Proposto) e pelo método de Marshall (EB - Marshall) em todos os municípios e nos municípios com mais de 50 mil habitantes, no Rio Grande do Sul — 2022-24



Fonte dos dados brutos: Brasil (2025a).
Rio Grande do Sul (2025).

Em conjunto, as Figuras 3, 4 e 5 revelam constatações importantes. Os resultados evidenciam que o ganho proporcionado pelos métodos de suavização é mais expressivo em contextos de eventos raros e populações pequenas, nos quais a variabilidade aleatória é mais pronunciada. À medida que aumenta a frequência dos eventos e o tamanho populacional, a necessidade de suavização diminui e as diferenças entre os métodos tornam-se menos relevantes. Ainda assim, o método proposto apresenta desempenho consistente, especialmente nos cenários mais críticos, indicando seu potencial como alternativa robusta para a estimação de indicadores em pequenas áreas.

4 Considerações finais

Os resultados deste estudo evidenciam, de forma consistente, que a utilização da taxa bruta para o monitoramento de indicadores em pequenas áreas, especialmente no contexto de eventos raros, apresenta limitações significativas, sobretudo em razão da elevada variabilidade associada a pequenas populações em risco. Essa instabilidade compromete a interpretação epidemiológica, dificulta comparações espaciais e pode induzir à identificação equivocada de áreas prioritárias, com potenciais implicações negativas para o planejamento e a alocação de recursos públicos. A análise empírica dos dados confirma que esse problema está diretamente ligado à raridade dos eventos: é mais pronunciado na mortalidade em menores de cinco anos, um evento raro, é moderado na mortalidade prematura por doenças crônicas, um evento de raridade intermediária, e praticamente ausente na mortalidade padronizada por idade, um evento não raro.

A aplicação do método de suavização bayesiana proposto demonstrou elevada capacidade de reduzir o ruído estatístico sem comprometer a estrutura subjacente dos dados. Ao combinar a informação municipal com referências regionais e estaduais de forma ponderada, o modelo produziu estimativas mais estáveis, coerentes e comparáveis, mantendo a proximidade com a tendência central do estado do Rio Grande do Sul e atenuando valores extremos decorrentes de flutuações aleatórias. A análise conjunta dos resultados gráficos e espaciais evidencia que essa estabilização se traduz em padrões territoriais mais contínuos e mais facilmente interpretáveis do ponto de vista epidemiológico.

A análise comparativa com o método clássico de Marshall (1991) reforça a robustez da abordagem proposta. Enquanto ambos os métodos são eficazes na estabilização das estimativas em cenários de alta variabilidade, o modelo proposto se destaca por sua capacidade adaptativa. Nos cenários de eventos raros, observa-se uma forte contração das estimativas, com uma redução significativa dos valores extremos e do padrão espacial fragmentado. Em contextos de raridade intermediária, o método mantém a suavização de forma seletiva, preservando gradientes regionais relevantes. Já em cenários de eventos não raros, o modelo praticamente reproduz a taxa bruta, evidenciando sensibilidade à estabilidade dos dados. Em contraste, o método de Marshall apresenta tendência sistemática à supersuavização, promovendo homogeneização excessiva e redução de contrastes locais, inclusive em situações em que a variabilidade aleatória é limitada.

Adicionalmente, a análise estratificada por porte populacional demonstra que, em municípios com maior contingente populacional, a necessidade de suavização é reduzida, uma vez que as taxas brutas já apresentam maior estabilidade. Nesses casos, o método proposto mantém elevada aderência aos dados empíricos, enquanto o estimador de Marshall continua impondo pequenos ajustes que podem distorcer padrões espaciais relevantes. Esse comportamento reforça a capacidade do modelo de modular a intensidade do encolhimento de acordo com a confiabilidade da informação local.

Do ponto de vista aplicado, os resultados confirmam que a suavização bayesiana contribui significativamente para a melhoria da análise espacial, promovendo a identificação de padrões territoriais mais consistentes e mais realistas, o que reduz a probabilidade de decisões baseadas em artefatos aleatórios. A geração de mapas temáticos mais estáveis e informativos fortalece o monitoramento das desigualdades em saúde e amplia a confiabilidade das evidências utilizadas na gestão pública.

Portanto o método proposto apresenta-se como uma alternativa robusta e operacionalmente relevante para a estimação de indicadores em pequenas áreas, especialmente no âmbito da saúde pública. Sua principal contribuição reside na capacidade de adaptar dinamicamente a intensidade da suavização ao nível de raridade dos eventos e à confiabilidade dos dados, possibilitando uma maior precisão na identificação de áreas prioritárias. Dessa forma, a incorporação de abordagens bayesianas no planejamento governamental deve ser compreendida não apenas como um avanço metodológico, mas também como um elemento estratégico para qualificar a tomada de decisão e promover uma maior equidade nas ações em saúde.

Referências

- BRASIL. Ministério da Saúde. Departamento de Informática do SUS (DataSUS), 2025a. **Sistema de Informações sobre Mortalidade (SIM)**: mortalidade — desde 1996 pela CID-10 — Rio Grande do Sul. Disponível em: <http://tabnet.datasus.gov.br/cgi/deftohtm.exe?sim/cnv/obt10rs.def>. Acesso em: 8 jan. 2026.
- BRASIL. Ministério da Saúde. Departamento de Informática do SUS (DataSUS), 2025b. **Sistema de Informações sobre Nascidos Vivos (Sinasc)**: nascidos vivos — desde 1996 — Rio Grande do Sul. Disponível em: <http://tabnet.datasus.gov.br/cgi/tabcgi.exe?sinasc/cnv/nvrs.def>. Acesso em: 8 jan. 2026.
- FERRARI, S.; CRIBARI-NETO, F. Beta regression for modelling rates and proportions. **Journal of applied statistics**, v. 31, n. 7, p. 799-815, 2004.
- GRIFFIN, B. S.; KRUTCHKOFF, R. G. Optimal linear estimators: an empirical Bayes version with application to the binomial distribution. **Biometrika**, v. 58, n. 1, p. 195-201, 1971.
- Institute for Health Metrics and Evaluation (IHME). **GBD Results**. Seattle, WA: IHME, University of Washington, 2025. Disponível em: <https://vizhub.healthdata.org/gbd-results>. Acesso em: 5 mar. 2026.
- MARSHALL, R. J. Mapping disease and mortality rates using empirical Bayes estimators. **Journal of the Royal Statistical Society, Series C: Applied Statistics**, v. 40, n. 2, p. 283-294, 1991.
- RAIFFA, H.; SCHLAIFER, R. **Applied statistical decision theory**. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Planejamento, Governança e Gestão. Departamento de Economia e Estatística. **DataRS**. Porto Alegre, 2025. Disponível em: data.rs.gov.br. Acesso em: 30 mar. 2026.
- SILVA, S. L. C.; FACHEL, J. M. G.; KATO, S. K.; BASSANESI, S. L. Patterns of variation in the infant mortality rate in Rio Grande do Sul State, Brazil: comparison of empirical Bayesian and fully Bayesian approaches. **Cad. Saúde Pública**, Rio de Janeiro, v. 27, n. 7, p. 1423-1432, jul. 2011.



GOVERNO DO ESTADO
RIO GRANDE DO SUL